

# EPFL

## 1. Généralités :

### 1.1 Equations de Maxwell :

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$H$  = Champ magnétique [A/m]

$j$  = Densité de courant [A/m<sup>2</sup>]

$D$  = Déplacement électrique.  $[C/m]$   
(Nilien Diélectique)

Négligeable si  $f$  ~~faible~~  $\ll 100$  kHz  
faible

Donc :

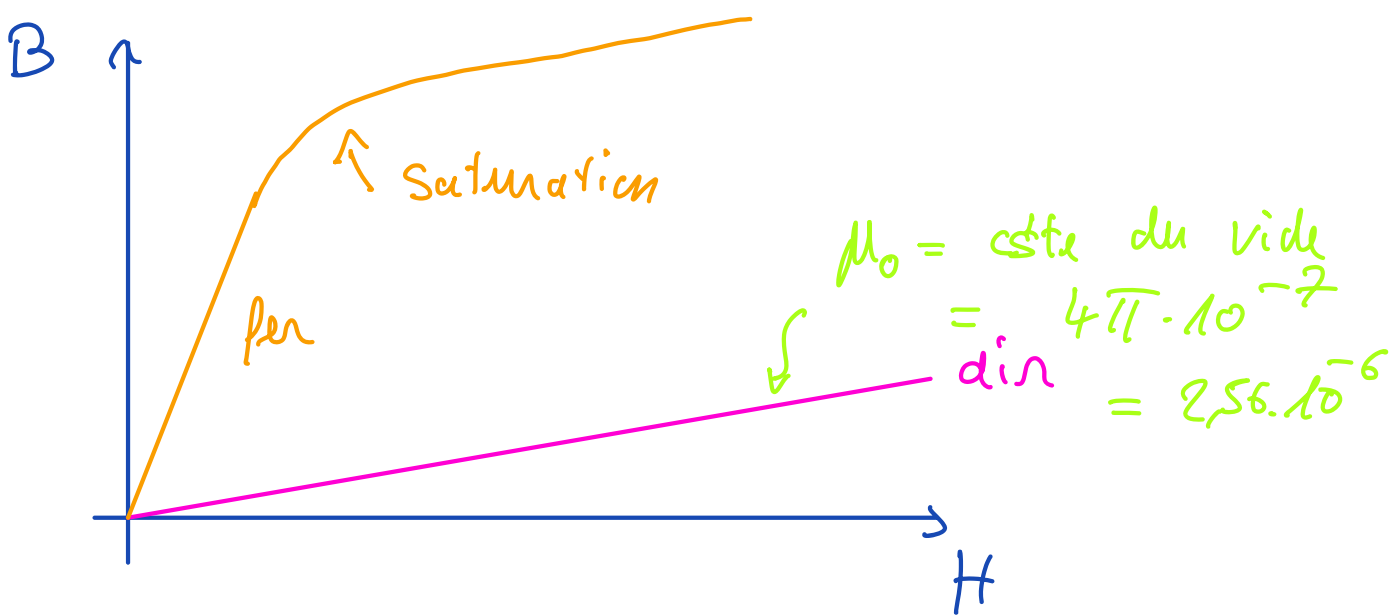
$$\begin{aligned}\vec{\text{rot}} \vec{H} &= \vec{J} \\ \vec{\text{rot}} \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div} \vec{B} &= 0 \\ \vec{B} &= \mu \vec{H}\end{aligned}$$

$B$  : Champ d'induction Magnétique  $[T]$   
(Flux density)

$E$  : Champ électrique  $[V/m]$

$\mu$  : perméabilité magnétique  $\left[\frac{Vs}{Am}\right]$

↳ caractériser un bon ou mauvais  
conducteur magnétique.



$$\mu_{\text{fer}} \neq \mu_0 \quad [10 \dots 10000 \mu_0]$$

Démarche analytique :

a) Modèle de Maxwell :

$$\rightarrow \text{Analyse } \vec{H} \rightarrow \vec{J} \rightarrow \vec{F}$$

b) Modèle de Kirchhoff :

$\rightarrow$  Analogie de circuit

$$\rightarrow \vec{F}$$

1.2 Analogie Électrique - Magnétique :

Électrique

Magnétique

Densité de courant  $\vec{j}$  [A/m<sup>2</sup>]

Densité de Flux :  $B$  [T]

$$i = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

$$\Phi = \int_S B \cdot d\vec{s} \quad \begin{matrix} [\text{Vs}] \\ [\text{wb}] \end{matrix}$$

Tension

Potentiel

$$U_{12} = \int_1^2 E \cdot dl$$

$$= \int_1^2 \rho \cdot j \cdot dl$$

↑  
résistivité Densité  
de courant

$$= \int_1^2 \frac{\rho \cdot j \cdot S}{S} \cdot dl$$

$$= i \cdot \int_1^2 \frac{\rho \cdot dl}{S}$$

↑  
Résistance :  $R_{12}$

$$U_{12} = i \cdot R_{12}$$

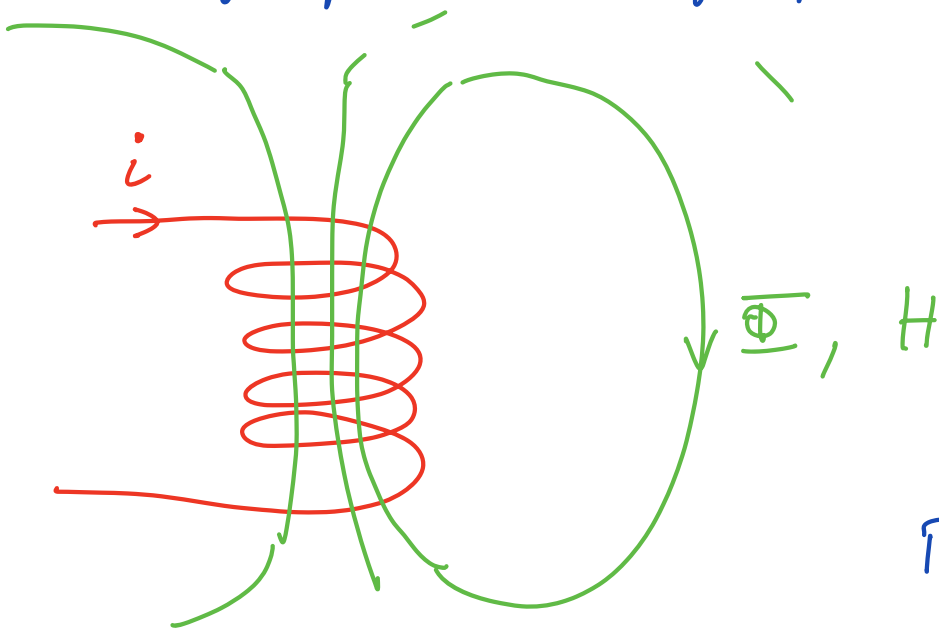
# Cota Magnetică :

$$\text{Rot } \vec{H} = \vec{j}$$

↓ 1 de grad de libertate

Navier - Stokes

$$\underbrace{\oint H dl}_{\text{Pot. Magnetic}} = \underbrace{\int_S j ds}_{\text{Pot Magnetic}} = \ominus \text{ Potential Magnetic } [A] = \underline{\underline{N \cdot i}}$$



$$B = \mu \cdot H$$

$$\Theta_{12} = \int_1^2 H dl = \int_1^2 \frac{B}{\mu} dl$$

$$= \int_1 \frac{B \cdot S}{\mu \cdot S} dl = \Phi \int_1 \frac{dl}{\mu \cdot S}$$

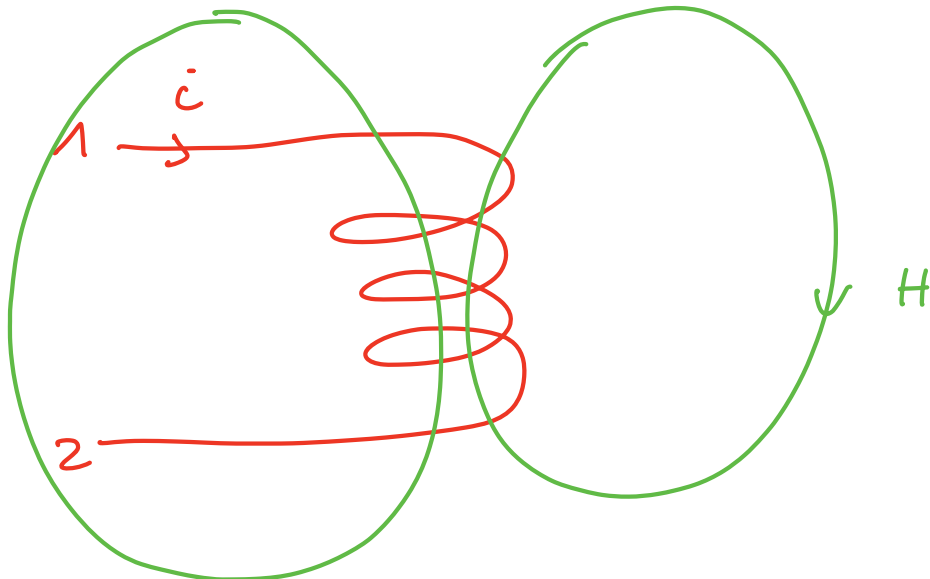
Resistance  
Magnétique.

Définition:  $R_m = \int \frac{dl}{\mu \cdot S}$   
 Reluctance

$$\Rightarrow \Theta_{12} = R_m \cdot \Phi \quad (\text{loi d'Ohm})$$

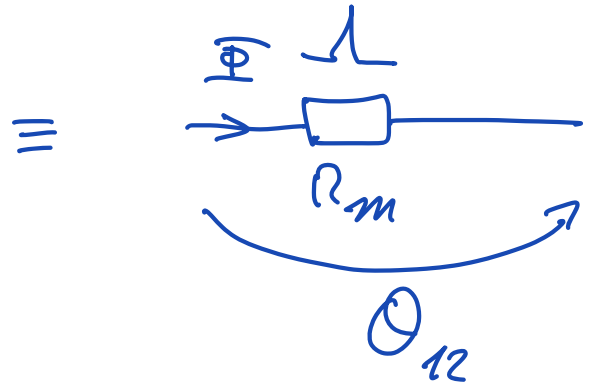
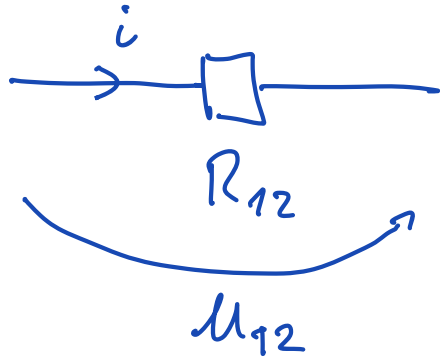
$$0 < R_m < R_{max}$$

Définition:  $\Lambda = \frac{1}{R_m} = \int_S \frac{\mu ds}{l}$   
 perméance

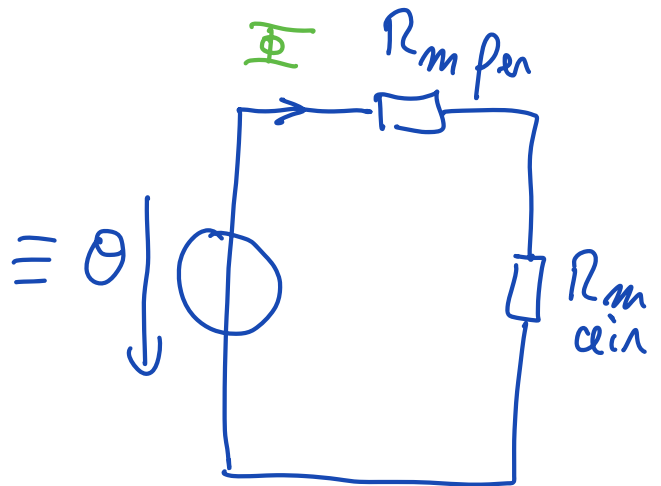
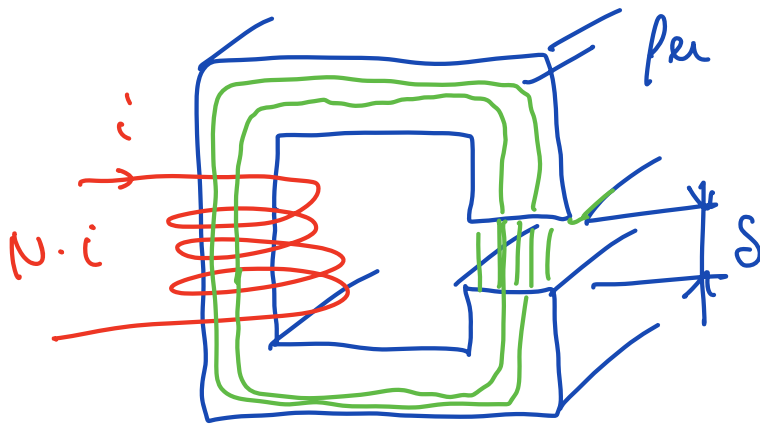


$$\Theta = N \cdot i = \int H dl = R_m \cdot \Phi$$

Symbole :



1.3 Modélisation :



Avantages :

- On connaît la manière de résoudre

- Thévenin, Norton,  $\lambda - \Delta$

- Superposition  si linéaire !

1.4 Mise en série et // de perméances et Résistances

$$E_n \text{ Série : } R_{m \text{ eq}} = \sum R_m$$

$$\parallel R_{m \text{ eq}} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R_m}}$$

$$E_n \text{ Série : } L_{\text{eq}} = \frac{1}{\sum \frac{1}{L}}$$

$$\parallel L_{\text{eq}} = \sum L$$

1.5 Résumé :

Electrique

$$R \quad [\Omega]$$

$$Y \quad [1/\Omega]$$

$$I \quad [A]$$

$$u \quad [V]$$

$$u = R \cdot i$$

$$j \quad [A/m^2]$$

$$E \quad [V/m]$$

Magnétique :

$$R_m \quad [1/H]$$

$$L \quad [H]$$

$$\Phi \quad [Vs, Wb]$$

$$I \quad [A]$$

$$\Theta = R_m \cdot \Phi$$

$$B \quad [T] \left[ \frac{Vs}{m^2} \right]$$

$$H \quad [A/m]$$

$$\text{div } \vec{1} = 0$$

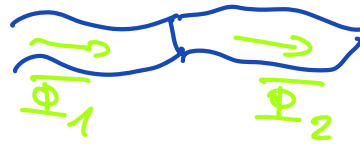
$$i_1 = i_2$$



$$M_{12} = \int_1^2 E dl$$

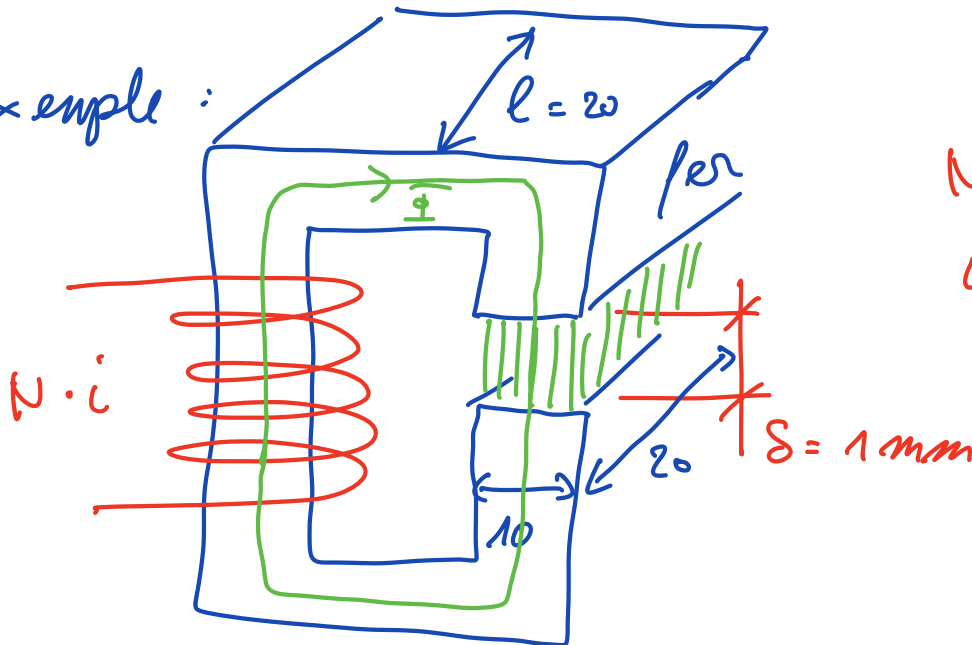
$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\Phi_1 = \Phi_2$$



$$O_{12} = \int_1^2 H dl$$

Exemple :



$$N = 200$$

$$i = 2 \text{ A}$$

$$\Phi_\delta ? \quad B_\delta ?$$

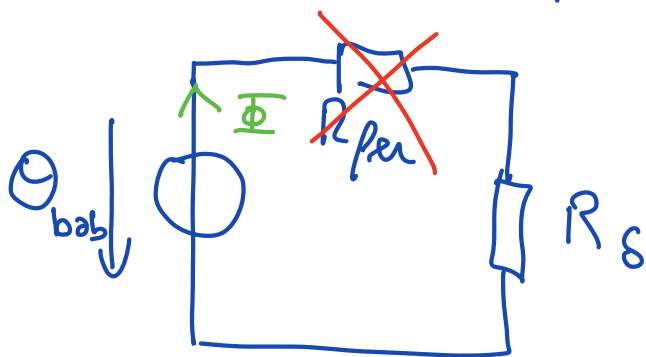
$$B = \mu \cdot H$$

Hypothèse :

$$\rightarrow H = \frac{B}{\mu}$$

- fer est bon conducteur magnétique
- fer  $\rightarrow \mu_{\text{fer}} \rightarrow \infty$
- lignes de champ  $\perp$  à la surface

Schéma Magnétique équivalent :



$$\Theta = R_{\delta} \cdot \Phi$$

$$\Theta \cdot \mathcal{L}_{\delta} = \Phi$$

$$R_{\delta} = R_{air} = \int \frac{dl}{\mu \cdot S} = \frac{l}{\mu_0 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}$$

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$$

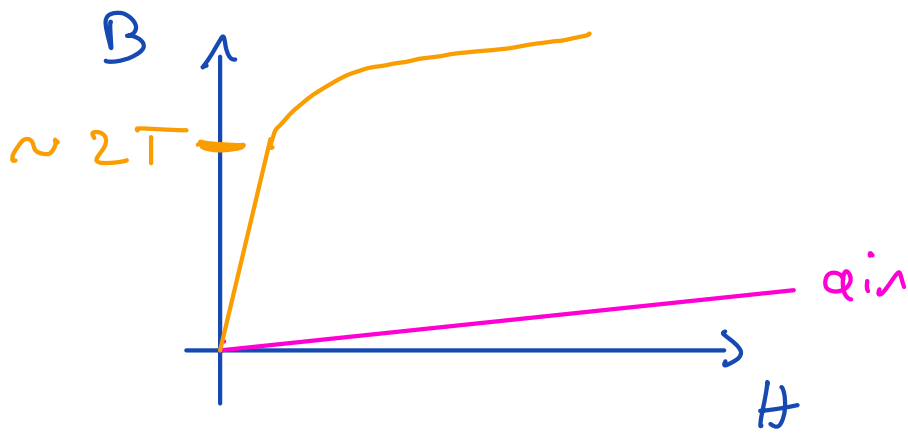
traversee  
par le flux  
donc  $10 \cdot 20 \cdot \text{mm}^2$

$$= \frac{1 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 3,98 \cdot 10^6 \text{ [1/H]}$$

$$\mathcal{L}_{\delta} = \frac{1}{R_{\delta}} = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ [H]}$$

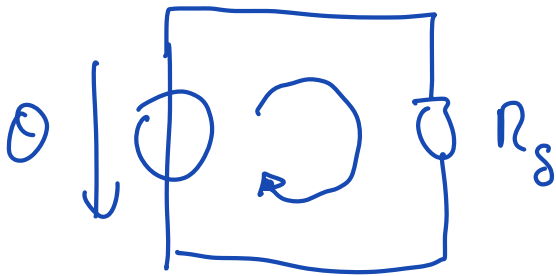
$$\begin{aligned} \Phi_{\delta} &= \mathcal{L} \cdot \Theta = 2,5 \cdot 10^{-7} \cdot 200 \cdot 2 \\ &= 1 \cdot 10^{-4} \text{ [Vs, Wb]} \end{aligned}$$

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{1 \cdot 10^{-4}}{10 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 0,5 \text{ [T]}$$



Si:  $\mu_{\text{fer}} \rightarrow \infty$   
 $\rightarrow H_{\text{fer}} \rightarrow 0$

Autre méthode :



$$\oint H \, dl = \mathcal{O} = N \cdot i$$

$$H_s \cdot \delta = N \cdot i$$

$$\frac{B_s}{\mu_0} \rightarrow \frac{B_s}{\mu_0} \cdot \delta = N \cdot i$$

$$B_s = \frac{N \cdot i \cdot \mu_0}{\delta}$$

$$= 0,5 \, \text{T}$$

# 1.6 Définition du Flux totalisé :

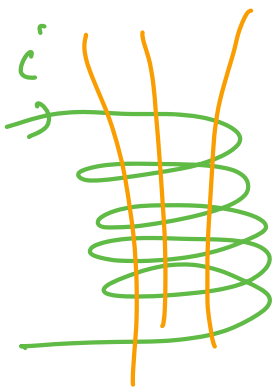
$$\text{Rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

∫ N.S. 1 degré de liberté

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_S - \frac{\partial B}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

Si le système est indéformable :

$$\begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} &= \int_S - \frac{dB}{dt} \cdot d\vec{s} \\ &= - \frac{d}{dt} \int_S B \cdot d\vec{s} \\ &= - \frac{d(N \cdot \Phi)}{dt} \end{aligned}$$



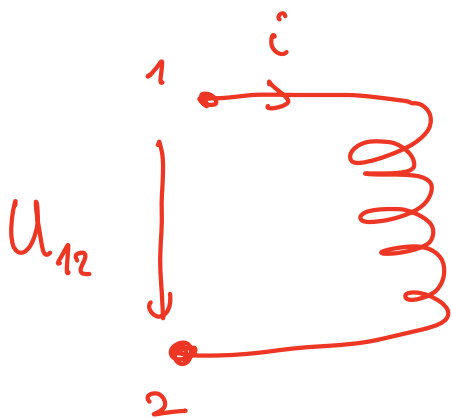
$N$  : nb de spires de la bobine.

$\Phi$  : Flux magnétique

Définition :  $N \cdot \Phi = \text{Flux totalisé}$   
 $= \Psi \quad (\text{Psi})$

$$\oint E dl = - \frac{d\Psi}{dt}$$

1.7 Loi de la tension induite :



$$\oint E dl = \int_1^2 E dl + \int_2^1 E dl$$

$$= \int_1^2 \rho \cdot j dl - U_{12}$$

$$= R_{12} \cdot i - U_{12} = - \frac{d\Psi}{dt}$$

$$U_{12} = R_{12} \cdot i + \frac{d\Psi}{dt}$$

Expérience : bob 2 est ouvert :

$$U_2 = 0 + \frac{d\psi}{dt}$$